

# УЧЕЊЕ МАТЕМАТИКЕ КОРИШЋЕЊЕМ ИНТЕРНЕТА

*"Оно што је била Александријска  
библиотека за Античку цивилизацију,  
данас је за савремени свет Интернет".*

*Из једног текста о Интернету*

Без рачунара и њихове примене данас је тешко замислити иједан сегмент савременог живота, без обзира да ли се ради о технологији, науци или уметности или њиховим многобројним пословним применама. Програмирање, вештачка интелигенција, обрада података, управљање процесима ... само су неке од области у којима је рачунарска технологија до те мере присутна да би искључивање рачунара из нашег свакодневног живота имало катастрофалне последице по функционисање свега око нас.

Вероватно једна од најинтересантнијих и најприменљивијих тековина рачунарске технологије је Интернет – глобална база података чији садржаји се данас умножавају експоненцијалном брзином. Циљ овог текста је да се ученици упознају са само неким могућностима које Интернет пружа за едукацију у области математике и математичких наука. Наглашавамо са само неким аспектима коришћења Интернета, јер је сигурно да ће сваки ученик који користи Интернет имати свој оригинални, вероватно другачији приступ овој заиста богатој материји и у свом приступу користити неке друге примере сајтова. Зато је скоро неопходно да тема "Учење математике коришћењем интернета буде констатно присутна у свим облицима усавршавања ученика, како би се ученици стално информисали о технолошким новинама у овој области.

## 1. УЧЕНИК И ИНТЕРНЕТ

Интернет је данас највећа база података на свету. За људе који се озбиљно баве математиком или уче математику уз помоћ Интернета, на Интернету се може наћи буквално све, а претраживањем по Интернету ће наћи и оно што није ни претпостављао да му треба, а што ће се испоставити да му је очигледно важно. Не постоји ниједан математички појам, ниједан важан математички проблем или познати математичар, ... а да се путем неког од претраживача о томе на Интернету не нађе на стотине референци са хиљадама страница текста и десетинама веома употребљивих информација, текстова, радова, ... За ученике су уз многобројне информације доступне на Интернету, од највеће важности чини се неколико група података:

подаци о појединим математичким појмовима, подаци о најзначајнијим математичким проблемима, подаци о великим историјским именима у математици, електронска издања математичких часописа, електронска издања књига у области математике, дидактичко-методички прилози, подаци који упућују и третирају на материјале за рад са даровитим ученицима ...

Ма о ком од побројаних сегмената да се ради важно је знати како до потребних података доћи. За то су потребни многобројни претраживачи од којих су свакако најпознатији GOOGLE <sup>1</sup>, YAHOO <sup>1</sup>, а од домаћих КРСТАРИЦА <sup>1</sup>. Сви претраживачи имају своје електронске алате, тако да се претраживање може вршити разним системима, на разним светским језицима.

За сваког ученика је јако важно да пронађе тражену одредницу и да због поузданости и укрштања добијених података има бар неколико референци, јер на Интернету су и рецензиране и неречензиране информације тако је добро добијене податке увек проверити. Исто тако је важно и меморисање добијених података, али то је посебна тема.

## 2. МАТЕМАТИЧКИ ПОЈМОВИ

Математички појмови се на Интернету доста лако налазе, без обзира за ког се претраживача определите и да ли тражите стриктни појам, или теоријске поставке везане за тај појам. Оно што треба знати је, да је најбоље узети што ужи појам, јер општи појмови имају превелик број референци <sup>2</sup>.

За математичка претраживања интересантан је сајт Википедија<sup>3</sup>, као универзална енциклопедија која је конституисана на многим светским језицима. Тако на енглеском, француском, немачком и јапанском језику има више од 100.000 референци, а на многим језицима, међу којима је и српски, има преко 10.000 базичних података.

Оно што је важније од броја базичних података је да се за сваки појам који је присутан у Википедији у самом објашњењу одреднице која се тражи даје низ линкова на истом језику. Међутим, оно што је и од тога важније је да постоји опција за све оно што је присутно у Википедији, а што је повезано са појмом који се тражи. Највеће богатство овог претраживача је што се са било ког језика може пребацити, по истој одредници, на неки други језик и то директним линком, а организација података на свим језицима је скоро идентична. Чини се да је најбогатија понуда на енглеском језику, јер о појму који се разматра има толико података, да је једина брига онога ко тражи како да добијене податке селектира. Поред интерних линкова, у самој одредници, дати су подаци о везама траженог појма са осталим математичким појмовима, теоријама, личностима ... За оне који хоће детаљније упознавање са појединим теоријским питањима Википедија је слаб извор информација и зато на крају сваке одреднице постоје екстерни линкови. Википедија своје клијенте упућује на неколико линкова од којих су најрепрезентативнији сајтови: MathWorld и PlanetMath <sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup> Адресе ових претраживача су: <http://www.google.co.yu/>; <http://www.yahoo.com/>; <http://pretraga.krstarica.com/>

<sup>2</sup> Ако се, на пример, на претраживачу GOOGLE пријави појам троугао, онда се добије ни мање ни више него 15.400.000 страница, распоређених на више од 1000 сајтова

<sup>3</sup> Видети: <http://en.wikipedia.org/wiki/>

<sup>4</sup> Видети <http://mathworld.wolfram.com/> и <http://planetmath.org/encyclopedia/>

На овим сајтовима поред детаљних података о скоро сваком, па и најситнијем детаљу везаном за тражени појам или математичку теорему, теорију ... могу се наћи и нови интерни линкови за све што тражи одређена појашњења. Осим тога дати су и библиографски подаци са конкретним линковима ка одређеној литератури у електронској форми, тако да је скоро невероватно да за област елементарне математике онај који претражује не нађе на Интернету оно што га интересује.

Ово је само један пример приступа појмовима, теоријама, а сваки ученик ће сигурно врло брзо пронаћи и свој аутентични пут долажења ди информација које су му неопходне, било разменом искустава са другима, било сталним коришћењем Интернета и прављењем сопствених линкова према најзначајнијим светским базама математичких података.

### 3. ИСТОРИЈА МАТЕМАТИКЕ

Историја математике је према подацима који се добијају коришћењем најпознатијих претраживача (Google, Yahoo, Krstarica) веома присутна на Интернету.<sup>5</sup> Без премца за ову област свакако је сајт МТ(The Mac Tutor History of Mathematics archive).<sup>6</sup>

Сајт су креирали професори John J O'Connor и Edmund. F. Robertson и сајт се редовно одржава и ажурира. Сајт садржи биографски индекс и то у две варијанте: по абедици и по епохама. За сада су обухваћене биографије преко две хиљаде најзначајнијих математичара у историји цивилизације а за један број математичара је дата и њихова фотографија или цртеж са њиховим ликом. Посебно су индексирани жене у математици, а постоји и хронолошки индекс који почиње са Ахмесом из 1680 године п.н.е. и за сада се завршава норвешким математичарем Ореом који је умро 1968. године.

Иначе, свака биографска одредница садржи низ интерних линкова који упућују на личности и проблеме везане за онога о коме се говори. На крају сваке одреднице дат је списак литературе на основу које је припремана биографија, цитати који су коришћени у припреми текста, научников постер (ако постоји) и попис свих математичара који су из његове земље присутни на сајту. Од необавезних прилога ту су скенирани делови неких радова (ако су сачувани), а зависно од важности математичара ту је и читав низ других линкова који указују на најважнија подручја интересовања, радове и проблеме математичара и теме и проблеми који су обрађени на сајту, а имају везе са научником о коме се говори, а чак и посебне сајтове о тим математичарима (ако постоје).<sup>7</sup>

Сајт садржи још једну хронологију, а то је хронологија значајних година у историји математике која реално почиње са Вавилонцима 3000 година п.н.е, а завршава се са 2000. годином.

Други значајни индекс који садржи сајт су теме из историје математике које су такође класификоване на два начина: по културама и по математичким дисциплинама, тако да је могуће претраживање и по једном и по другом критеријуму. Овај део сајта се очигледно још развија, тако да је могуће очекивати и нових значајних прилога о разним математичким цивилизацијама и проблемима с обзиром да су за сада обрађене углавном древне цивилизације и класични математички проблеми.

<sup>5</sup> Ова три претраживача нуде у просеку око 30.000.000 страница из историје математике

<sup>6</sup> Видети сајт: <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/%7Ehistory/>

<sup>7</sup> У том смислу је интересантан сајт А.Н. Колмогорова: <http://kolmogorov.com/>

Сајт садржи и свој сопствени, додуше Google претраживач, али се претраживање може извршити и изван њега. Тако, на пример, лако можете идентификовати све математичаре који су рођени или умрли на дан претраживања, али помоћу календара на сајту и за ма који други дан у години. Има и других интересантних података.

Ту је и листа свих релевантних математичких институција у свету, по абecedном и хронолошком реду, од Платонове академије из 387. године п.н.е. до Литванске академије наука која је последња регистрована институција (1993. године). Сајт садржи и листу од тридесетак најзначајнијих линкова за историју математике у свету која сваком посетиоцу сајта може помоћи да оно што не нађе на овом сајту потражи на неком од препоручених.

На Интернету се могу претраживањем наћи и сајтови који препоручује све сајтове везане за историју математике или имају линкове према таквим сајтовима<sup>8</sup>, тако да и њих свакако треба имати у виду, као и све остале сличне сајтове који могу донети релевантне информације из историје математике. На пример, на руском језику постоји на Интернету историја математике у три тома.<sup>9</sup>

## 4. МАТЕМАТИЧКИ ЧАСОПИСИ

Математички часописи су такође од великог значаја и њихових садржаја има и на Интернету. Један од најприхватљивијих сајтова који презентира близу сто најпознатијих математичких часописа у свету је на адреси [http://www.emis.de/journals/short\\_index.html](http://www.emis.de/journals/short_index.html)

Свакако најпознатији светски часопис за младе математичаре је "Квант" који је у доброј мери доступан даровитима и преко Интернета, јер је преко тридесет годишта часописа могуће користити у електронској форми.<sup>10</sup>

Међутим, на Интернету се могу наћи и други математички часописи за младе, као што су амерички Quantum, хрватски Matematičko-fizički list, мађарски KöMaL, енглески Plus Magazine, пољска Delta, амерички Journal of Online Mathematics and its Applications, холандски Pythagoras<sup>11</sup> и други часописи са интересантним садржајима за даровите.

У последњих неколико година све чешћи су електронски часописи за даровите који су прилагођени свакодневной употреби и чији садржаји се лако меморишу и штампају тако да их млади са задовољством користе.<sup>12</sup>

## 5. МАТЕМАТИЧКА ЛИТЕРАТУРА

Математичка литература је главни ослонац у раду сваког ученика. Електронских библиотека има и на Интернету, али је утисак да је више таквих библиотека дато у виду каталога, него у форми Интернет библиотеке.<sup>13</sup> Очигледно је да су комерцијални разлози учинили своје и зато је на Интернету значајно мање електронских књига него неких других издања.

<sup>8</sup> Видети сајтове: <http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/Links/> и <http://homepages.bw.edu/~dcalvis/history.html>

<sup>9</sup> Видети: <http://ilib.mirror0.mccme.ru/djvu/istoria/istmat3.htm>

<sup>10</sup> Све о Кванту видети на адреси: <http://kvant.mirror0.mccme.ru/>

<sup>11</sup> Видети линк усмерен на ове часописе на сајту <http://www.math.hr/~mathe/>

<sup>12</sup> Видети словенчаке и хрватске електронске часописе "Brihtnez" и "E":

<http://www.dmfa.si/Brihtnez/BrihtnezIndex.html>

<sup>13</sup> Видети: <http://www.amazon.com/exec/obidos/search-handle-form/103-4749630-6470243>

Од онога што би се могло препоручити ученицима сигурно су добро опремљене Интернет библиотеке, које додуше у највећој мери нису у складу са потребама ученика, али се често могу добро искористити.<sup>14</sup>

Једна од њих је Internet Mathematics Library<sup>14</sup>, која садржи доста илустративног материјала почев од научних тема, преко наставних тема до самог дидактичког материјала за ученике (и ученике на разним нивоима). Међутим ништа мање није занимљива ни електронска библиотека The Electronic Library of Mathematics<sup>14</sup> која садржи монографије, класичне књиге, часописе.

Права Интернет библиотека је сјајно осмишљена руска електронска серија која садржи заиста капитална математичка издања<sup>15</sup>. У око 300 књига обухваћено је неколико најзначајнијих руских библиотека које и данас представљају најквалитетнију литературу за младе математичаре широм света. Ту су књиге из добро знаних серија "Библиотека математичког кружока", Библиотеке "Квант" и Библиотеке "Збирке олимпијских задатака".

Поред већ наведених публикација ту се могу наћи и сјајне књиге из геометрије, серија књига о занимљивој математици Перелмана и непревазиђене књиге за даровите Шкљарског, Ченцова и Јаглома<sup>16</sup>, разне математичке енциклопедије, и друга значајна математичка издања. Све књиге се могу прекопирати са Интернета, а могу се узети и само они фрагменти који су тренутно потребни.

## 6. МАТЕМАТИЧКИ ЗАДАЦИ

На Интернету постоје и читаве базе систематизованих математичких проблема које се могу користити код припрема за контролне вежбе, писмене задатаке, тестове, матурске и пријемне испите ... Ти задаци су дати по областима, нивоима сложености па чак и типовима задатака (доказни или конструктивни).<sup>17</sup> Задаци имају и решења и то у две варијанте: само одговор и комплетно решење. Код свих задатака дате су и теоријске основе које се користе за реализацију идеја везаних за решење задатка.

## 7. САЈТОВИ ЗА ОБДАРЕНЕ

Сајтови за обдарене су врло моћни информациони системи који, иако нису жива бића, даровитима пружају огромне могућности за (интер)активни рад у смислу сталног коришћења информација који се на њима налазе, решавања проблема који се са сајтова узимају и сталног праћења нових информација.

Даровитима који су уз то и такмичари од највеће важности ће свакако бити два сајта ИМО. На првом, канадском,<sup>18</sup> су дате најважније информације о ИМО, њиховој историји, организацији, резултатима, задацима, па чак и будућим организаторима ИМО и многим другим појединостима везаним за до сада одржаних 46 ИМО. Међутим, исто тако важан део сајта је онај који садржи линкове према сајтовима земаља учесница ИМО на којима се могу наћи веома занимљиви подаци о раду са младима у тој земљи и задаци са њихових такмичења, олимпијских припрема и друге интересантне појединости.

<sup>14</sup> Видети: <http://mathforum.org/library/> и <http://www.emis.de/ELibM.html/>

<sup>15</sup> Видети одговарајући линк на сајту: <http://www.mccme.ru/>

<sup>16</sup> Шкљарский, Ченцов и Яглом

<sup>17</sup> Видети: <http://www.problems.ru/> и <http://zadachi.mccme.ru/easy/>

<sup>18</sup> Видети: <http://imo.math.ca/>

Други, холандски сајт <sup>19</sup>, није толико илустративан када су у питању информације са међународних олимпијада, али је веома интересантан због брзог и сигурног доласка до задатака са регионалних и националних математичких олимпијада широм света.

Важни сајтови су свакако и они који говоре о руским и америчким математичким олимпијадама <sup>20</sup>, као и они који су мање чувени, али не и мање садржајни. Такви су украјински и амерички сајт, од којих први садржи решене задатке са ИМО и многих националних и регионалних олимпијада, а други огроман број архивираних такмичења са разних страна света.<sup>21</sup>

Међутим, постоје и целовити сајтови намењени раду обдарених људи и њихових ученика на сопственом математичком усавршавању. Поменућемо само један, заиста вредан сајт такве врсте. То је сајт Московског центра за континуирано математичко образовање (МЦНМО) <sup>22</sup>. На њему просто нема шта нема, а већ смо помињали електронску верзија велике интернет библиотеке, часопис "Квант" и разне математичких олимпијада,

На сајту се налазе обавештења о раду математичких кружока и теме које се раде; информације о летњим школама, дописним школама, и разним математичким турнирима; базе података са обиљем разних математичких проблема класификованих по разредима, нивоима областима, подобластима. ... Једном речју право математичко богатство. Колико за талентоване ученике, још више за њихове наставнике који на сајту могу наћи много изванредног материјала за рад са својим ученицима.

Сигурно је да на Интернету постоје и други значајни сајтови и информације, а за даровите је најважније да брзо и лако дођу до потребних информација. Зато је обука за коришћење Интернета исто један јако озбиљан и важан образовни задатак за сваког обдареног ученика.

## 8. ГОТОВ СОФТВЕР

Од велике важности за сваког ученика је по некад је да провери да ли је неки задатак тачно решен, или да ли су сва решења присутна. Велику помоћ при томе могу му пружити сајтови на којима су присутни готови програми за израчунавање појединих математичких операција. По некад су то рутински послови, као што је на пример факторизација бројева <sup>23</sup>, одређивање примитивне функције <sup>24</sup>, решавање система једначина  $3 \times 3$ , или добијање инверзне матрице, а често и нешто сложенији проблеми, као решавање линеарних диофантских једначина <sup>25</sup>, Пелове и других квадратних диофантских једначина <sup>26</sup>.

За скоро све рутинске математичке операције данас у свету постоје веома квалитетни софтверски пакети, али се ретко они могу преснимити са Интернета (на коме се могу углавном наћи само демо верзије таквог софтвера). То је зато што су они предмет конкретних комерцијалних понуда, чија цена као и цена компјутерске технологије уопште, полако пада. При том је важно је напоменути да има софтверских пакета тог типа који су

<sup>19</sup> Видети: <http://olympiads.win.tue.nl/imo/>

<sup>20</sup> Видети: <http://www.unl.edu/amc/> и <http://www.mccme.ru/olympiads/>

<sup>21</sup> Видети: <http://www.kalva.demon.co.uk/> и <http://archives.math.utk.edu/contests/>

<sup>22</sup> Видети: <http://www.mccme.ru/>

<sup>23</sup> Видети: <http://www.wolfram.com/products/mathematica/newin51/>

<sup>24</sup> Видети: <http://integrals.wolfram.com/>

<sup>25</sup> Видети: <http://www.math.uwaterloo.ca/~snburris/htdocs/linear.html>

<sup>26</sup> Видети: <http://www.alpertron.com.ar/QUAD.HTM>

потпуно бесплатни и које би било добро учинити доступним нашим школама и нашим ученицима и наставницима.

## 9. ДОМАЋИ САЈТОВИ ВЕЗАНИ ЗА МАТЕМАТИКУ

За разлику од света где је број сајтова на којима се могу наћи веома пристојни подаци неопходни ученицима, број употребљивих сајтова на српском језику који третирају математику уопште, а поготову школску математике је минималан.

Једини сајт на нашем језику који се може користити за учење математике је "Математичка такмичења у Србији и Црној Гори"<sup>27</sup>. Аутори сајта су некадашњи олимпијци Душан Ђукић, Иван Матић и Никола Петровић и др Владимир Јанковић. На сајту се могу наћи општи подаци о математичким такмичењима код нас задаци са свих такмичења од општинског нивоа до ИМО за последњих неколико година, затим задаци са математичких олимпијада и балканијада, као и подаци о нашим учешћима на тим такмичењима у последњих неколико година. Сајт садржи и богат избор тема и проблема за додатну наставу математике у средњим школама. Рађен је у верзији на српском и на енглеском језику и када буде комплетиран са свим годинама, задацима, подацима, решењима биће вероватно један од најбољих на свету за ову намену.

Републички завод за унапређивање васпитања и образовања је прошле године организовао конкурс за наставнике, а тема је била конструкција једне наставне теме. Најбољи радови из математике налазе се на сајту Завода<sup>28</sup> и могу се користити за реализацију редовне и додатне наставе математике.

Сајтови Друштва математичара Србије, Математичког факултета у Београду, Математичке гимназије, Архимедеса и Истраживачке станице у Петници<sup>29</sup> садрже информације о математичким активностима, али не садрже неке значајније и употребљивије материјале за ученике.<sup>30</sup>

Преглед материјала који се може користити на Интернету од стране ученика са циљем да се квалитетније заснује настава математике завршавамо још једним понављањем констатације да је ово само једно виђење могућности коришћења Интернета у настави математике и да би неки други корисник имао предлоге за сасвим другачије сајтове.

---

<sup>27</sup> Видети: <http://www.matf.bg.ac.yu/~matic/competitions/>

<sup>28</sup> Видети: <http://www.zuov.sr.gov.yu/index.aspx>

<sup>29</sup> Видети: <http://www.matf.bg.ac.yu/> <http://www.mg.edu.yu/> <http://www.arhimedes.co.yu/>  
<http://www.psc.ac.yu/>

<sup>30</sup> Права је штета што је немаром аутора и провајдера са Интернета нестало сајт <http://www.integral.co.yu> који је садржао доста употребљивог материјала за ученике .